

## A tensão na medida do parâmetro de Hubble e implicações à cosmologia

<b>Edital:</b>	<b>Edital Piiic 2022/2023</b>
<b>Grande Área do Conhecimento (CNPq):</b>	<b>Ciências Exatas e da Terra</b>
<b>Área do Conhecimento (CNPq):</b>	<b>Física</b>
<b>Título do Projeto:</b>	<b>Aspectos observacionais de teorias da gravitação</b>
<b>Título do Subprojeto:</b>	<b>A tensão na medida do parâmetro de Hubble e implicações a cosmologia</b>
<b>Professor Orientador:</b>	<b>Junior Diniz Toniato</b>
<b>Estudante:</b>	<b>Raul Cesar Martins Gonçalves</b>

### Resumo

Atualmente, a 'tensão na medida do parâmetro de Hubble ( $H_0$ )', que determina a taxa de expansão do universo atual, é um dos problemas mais importantes enfrentados pela cosmologia. O parâmetro de Hubble é de aproximadamente  $74 \text{ km/s.Mpc}$  quando avaliado localmente com base em observações de supernovas e lentes gravitacionais (RIESS, 2020). No entanto, os dados do satélite Planck - coletados a partir da radiação cósmica de fundo do universo - indicam uma velocidade de aproximadamente  $68 \text{ km/s.Mpc}$  (AGHANIM et al., 2020). Embora essa discrepância possa ser causada, em parte, por diferenças internas no processo de processamento de dados observacionais, também indica a possibilidade de uma nova física que vai além do modelo tradicional da cosmologia.

Este projeto surge da motivação proporcionada pela tensão na medida de  $H_0$  e visa explorar os fundamentos teóricos e os aspectos observacionais do modelo padrão da cosmologia. Pretende-se entender as implicações mais significativas das soluções propostas para resolver essa tensão, o que nos permitirá aprofundar nossa compreensão do cosmos e, possivelmente, desvendar novos mistérios do universo.

**Palavras-chave** Cosmologia, tensão de  $H_0$ , modelo cosmológico padrão, observáveis cosmológicos

### 1 Introdução

A matéria escura e a energia escura são componentes incomuns do modelo cosmológico padrão. Ambos desempenham um papel essencial na teoria da relatividade geral, que descreve a evolução do universo. A teoria diz que mais de 70% do conteúdo material do universo está na forma de energia escura. É por isso que o espaço continua a se expandir em um ritmo acelerado. Além disso, outros 27% é composto de matéria escura, componente que explica as curvas rotacionais de galáxias espirais e a formação das estruturas de grande escala. Não há prova definitiva de que essas ideias sejam verdadeiras, mas são necessárias para fazer correlações precisas entre observação e teoria.

Além das questões anteriores, há um novo problema relacionado à Constante de Hubble que mede a taxa de expansão do universo. Isso ocorre porque os astrônomos estão divididos em dois métodos populares para calcular  $H_0$ . Um método é usar dados de supernovas (RIESS, 2020), enquanto o outro usa lentes gravitacionais (WONG et al., 2020), que gera um valor por volta de  $74 \text{ km/s.Mpc}$ . No entanto, alguns ainda apoiam o uso de métodos de

medição mais globais, como a leitura da radiação cósmica de fundo, cujo valor mais moderno foi medido pelo satélite Planck, sendo em torno de  $68 \text{ km/s.Mpc}$ .

A fim de entender essa discrepância nos valores de  $H_0$  e suas possíveis consequências, este projeto estuda e revisa o modelo padrão da cosmologia. Isso será feito examinando as definições dos principais observáveis cosmológicos, em especial o parâmetro de Hubble. Também examinaremos como esses observáveis são vinculados pelas observações a fim de entender como se dá essa relação entre teoria e dados observacionais na cosmologia. O objetivo é entender até que ponto a tensão no valor de  $H_0$  evidencia um problema do modelo padrão da cosmologia ou uma questão de tratamento dos dados observacionais.

## 2 Objetivos

---

Objetivo Geral:

Compreender as problemáticas que a tensão medida pelo parâmetro de Hubble e quais as problemáticas que se desenvolve para a cosmologia atualmente.

Objetivo Específico:

- Estudo dirigido sobre cálculo tensorial e geometria diferencial, linguagem matemática básica para o estudo das modernas teorias gravitacionais;
- Estudo dos fundamentos da teoria da relatividade geral e o modelo cosmológico padrão;
- Entender as origens do problema da tensão do  $H_0$ , as principais soluções apresentadas na literatura e consequente implicações a cosmologia;

## 3 Embasamento Teórico

---

O material que foi utilizado nesse primeiro processo foi o livro *Gravitação* (FABRIS et al, 2021), onde era necessário um estudo de uma matemática nova, a fim de se ter um entendimento adequado da cosmologia moderna. Dito isso, foi feito um estudo dirigido dos conteúdos sobre cálculo tensorial e geometria diferencial, que é a linguagem matemática básica para que se entenda sobre as modernas teorias gravitacionais. Todo o conteúdo referente a essa matemática e referente ao capítulo 6, *Tensores e Geometria Diferencial* do livro *Gravitação* (FABRIS et al, 2021), onde inicialmente é introduzido a geometria diferencial a respeito de coordenadas espaciais e com isso já introduzindo o assunto de tensores. Com isso, foi feita um estudo dirigido de operações básicas de soma, multiplicação e contração, e a definição dos tensores métricos, que não só define a geometria de uma variedade, como também relaciona um tensor covariante e suas conexões.

No campo da matemática e da física, os tensores são ferramentas fundamentais que desempenham um papel essencial em várias áreas, desde a geometria até a teoria da relatividade de Einstein. Neste trabalho, foi feito um estudo teórico para compreender o que são os tensores, suas propriedades e, em particular, os tensores métricos, que têm um lugar de destaque na física relativística. À medida que foi se desenvolvendo a pesquisa, percebe-se a complexidades e aplicações dessas entidades matemáticas fascinantes.

Inicialmente, os tensores são objetos matemáticos que generalizam escalares, vetores e matrizes. Enquanto escalares são grandezas que possuem apenas magnitude e vetores possuem magnitude e direção, os tensores podem capturar informações muito mais ricas. Eles podem representar relações multidirecionais entre diferentes quantidades. Um tensor de ordem zero é um escalar, um tensor de ordem um é um vetor, um tensor de ordem dois é uma matriz, e assim por diante. Um tensor de ordem superior captura relações ainda mais complexas (FABRIS et al, 2021).

Os tensores possuem propriedades notáveis, como a adição de tensores e a multiplicação por um escalar, que os tornam muito versáteis. A adição de tensores é feita componente por componente, enquanto a multiplicação por escalar simplesmente escala cada componente do tensor. Essas operações preservam as propriedades do tensor, tornando-os ideais para modelar uma ampla gama de fenômenos físicos e matemáticos. As aplicações dos tensores se encontram em diversas áreas, uma delas e na teoria da relatividade, os tensores desempenham um papel fundamental na descrição da geometria do espaço-tempo.

No estudo da geometria diferencial e na teoria da relatividade geral de Einstein, dois conceitos fundamentais surgem repetidamente: a derivada covariante e a conexão. Esses conceitos desempenham um papel crucial na compreensão das propriedades da geometria e do movimento no espaço-tempo. Neste trabalho, empreenderemos uma análise teórica desses tópicos, explorando suas definições, propriedades e aplicações em diversas áreas da física e matemática.

A derivada covariante é uma generalização da derivada comum que leva em consideração a geometria do espaço em que as quantidades estão definidas. Enquanto a derivada comum se aplica apenas a vetores, a derivada covariante é definida para tensores, permitindo-nos levar em conta a curvatura do espaço. Ela introduz uma correção à taxa de variação de uma quantidade de acordo com a conexão, de modo que a derivada de um tensor seja consistente com a geometria local (FABRIS et al, 2021).

Já a conexão é uma ferramenta matemática que descreve como as curvas e superfícies se inclinam e curvam em um espaço curvo. Ela define como os vetores tangentes se transformam à medida que se movem ao longo de uma trajetória em um espaço curvo. A conexão captura a geometria intrínseca do espaço, permitindo-nos quantificar a curvatura e descrever a forma do espaço em que as quantidades estão definidas.

A derivada covariante e a conexão obedecem a diversas propriedades interessantes, como a regra do produto e a simetria de Christoffel. A regra do produto permite calcular a derivada de um produto de quantidades, enquanto a simetria de Christoffel impõe uma relação entre os coeficientes da conexão, garantindo que a derivada covariante seja compatível com a simetria do espaço.

A derivada covariante e a conexão desempenham papéis fundamentais em diversas áreas da física e da matemática. Na teoria da relatividade geral, são essenciais para a descrição da gravitação e da curvatura do espaço-tempo. A derivada covariante e a conexão são conceitos matemáticos profundos que enriquecem nossa compreensão da geometria e do movimento em espaços curvos. Neste trabalho, exploramos sua definição, propriedades e

aplicações em uma variedade de contextos. Esses conceitos são essenciais para a formulação da teoria da relatividade geral e têm implicações profundas na física moderna e na matemática (FABRIS et al, 2021).

A teoria da relatividade geral, formulada por Albert Einstein em 1915, representa um dos marcos mais significativos da física teórica e mudou nossa compreensão fundamental do universo. Neste trabalho, exploraremos a teoria da relatividade geral e as famosas equações de campo de Einstein, que descrevem a relação entre a gravidade e a geometria do espaço-tempo. Estas equações são um dos pilares da física moderna, desempenhando um papel essencial na compreensão de fenômenos cósmicos e na previsão de efeitos gravitacionais em nosso universo.

A relatividade geral se baseia em dois princípios fundamentais:

1. Princípio da Equivalência: Este princípio postula que um observador em queda livre não pode distinguir a gravidade local de uma aceleração constante. Isso implica que a gravidade não é uma força, mas sim a manifestação da curvatura do espaço-tempo causada pela presença de massa e energia.

2. Princípio da Covariância Geral: Este princípio exige que as leis da física sejam formuladas de forma a serem covariantes sob transformações gerais de coordenadas. Em outras palavras, as leis da física devem ser as mesmas, independentemente do sistema de coordenadas escolhido pelo observador.

As equações de campo de Einstein são o cerne da relatividade geral. Elas relacionam a curvatura do espaço-tempo com a distribuição de massa e energia no universo. Matematicamente, as equações são expressas como:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8}{\pi} G T_{\mu\nu}$$

onde  $G_{\mu\nu}$  é o tensor métrico de Einstein, que descreve a curvatura do espaço-tempo,  $T_{\mu\nu}$  é o tensor energia-momento, que descreve a distribuição de massa e energia, e  $G$  é a constante gravitacional de Newton (FABRIS et al, 2021).

As equações de campo de Einstein afirmam que a presença de massa e energia em um ponto do espaço-tempo curva esse espaço-tempo, e essa curvatura é descrita pelo tensor métrico de Einstein. Em outras palavras, a gravidade é a resultante da geometria do espaço-tempo, em vez de ser uma força misteriosa agindo à distância. A relatividade geral tem inúmeras aplicações na física e na astronomia. Ela prevê e explica a curvatura da luz em campos gravitacionais fortes (lentes gravitacionais), a expansão do universo, a existência de buracos negros e a radiação gravitacional. As equações de campo de Einstein e a relatividade geral representam um dos maiores triunfos da física teórica, redefinindo nossa compreensão da gravidade e da geometria do universo.

O estudo da relatividade geral de Einstein nos conduz a uma jornada profunda pela geometria do espaço-tempo. Um dos elementos-chave nessa exploração é o Tensor de Riemann, uma entidade matemática que desempenha um papel crucial na descrição da curvatura do espaço-tempo. Neste trabalho, investigaremos o Tensor de Riemann, as Identidades de Bianchi e sua relação com os Tensores de Ricci, revelando como esses conceitos se entrelaçam para formar a fundação da teoria da gravitação de Einstein.

O Tensor de Riemann, frequentemente chamado de Tensor de Curvatura, é uma descrição matemática da curvatura intrínseca de um espaço-tempo. Ele é definido em termos de derivadas covariantes de vetores, capturando como as trajetórias geodésicas se desviam em um espaço curvo. O Tensor de Riemann é uma entidade multidimensional que contém informações sobre a curvatura do espaço-tempo em todas as direções possíveis.

As Identidades de Bianchi são um conjunto de equações que emergem da simetria das derivadas covariantes e do Tensor de Riemann. Essas identidades são cruciais na relatividade geral, pois relacionam a curvatura do espaço-tempo com a distribuição de massa e energia. As Identidades de Bianchi descrevem como a curvatura local está relacionada à densidade de energia e ao fluxo de momento, estabelecendo uma ligação profunda entre a geometria e a física.

Os Tensores de Ricci, frequentemente denotados como  $R_{\mu\nu}$ , são uma parte essencial das equações de campo de Einstein. Eles são obtidos a partir do Tensor de Riemann por meio de uma operação de contração, que reduz as múltiplas dimensões do Tensor de Riemann para uma descrição mais compacta da curvatura local. Os Tensores de Ricci representam a parte simétrica e rastreada do Tensor de Riemann e descrevem a curvatura do espaço-tempo na ausência de fontes gravitacionais.

A relação entre o Tensor de Riemann (ROQUE, 2020). e os Tensores de Ricci (CALDERÓN, 2014) é dada pelas Identidades de Bianchi. Essas identidades estabelecem que a divergência do Tensor de Riemann é diretamente relacionada ao Tensor de Ricci e à densidade de energia e momento. Em termos mais simples, as Identidades de Bianchi conectam a curvatura local do espaço-tempo com a distribuição de massa e energia, proporcionando uma base matemática para as equações de campo de Einstein.

Em resumo, o Tensor de Riemann  $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ , as Identidades de Bianchi e os Tensores de Ricci  $R_{\mu\nu}$ , constituem elementos fundamentais na teoria da relatividade geral de Einstein. O Tensor de Riemann é definido por:

$$R_{\mu\nu\alpha\beta} = \partial_\mu \Gamma_{\nu\alpha\beta} - \partial_\nu \Gamma_{\mu\alpha\beta} + \Gamma_{\mu\sigma}(\alpha \Gamma_{\beta\nu}^\sigma) - \Gamma_{\nu\sigma}(\alpha \Gamma_{\beta\mu}^\sigma)$$

As Identidades de Bianchi, que emergem das propriedades da derivada covariante e do Tensor de Riemann, são expressas como:

$$\nabla[\mu R_{\nu\alpha\beta\gamma}] = 0$$

Finalmente, os Tensores de Ricci, que são obtidos a partir do Tensor de Riemann, são definidos como:

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\sigma\nu}^\sigma = \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\sigma + \Gamma_{\mu\sigma}^\rho \Gamma_{\rho\nu}^\sigma$$

Esses componentes matemáticos estão intrinsecamente ligados e constituem a base da descrição da curvatura do espaço-tempo na relatividade geral. Eles permitem que entendamos como a geometria do universo é influenciada pela distribuição de massa e energia, formando assim o alicerce teórico dessa teoria revolucionária. À medida que

continuamos a explorar o universo e suas complexidades, essas equações permanecem como ferramentas indispensáveis para nossa compreensão das leis que governam o cosmos (FABRIS et al, 2021).

A métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (Métrica FLRW) (SHAPIRO, 2004) é um pilar fundamental na cosmologia moderna, permitindo-nos modelar a expansão do universo com uma precisão impressionante. Neste trabalho, a métrica FLRW e a fórmula associada que desempenham um papel central na descrição da geometria do nosso cosmos em grande escala. Essa métrica é essencial para entender a evolução do universo, desde seu nascimento até seu possível destino.

A métrica FLRW é uma generalização da métrica de Minkowski, que descreve o espaço-tempo plano, para um universo homogêneo e isotrópico, como o nosso em grande escala. Ela nos permite considerar o universo como um todo, sem a necessidade de detalhes complicados sobre sua estrutura local. A métrica FLRW é essencialmente a forma da geometria do espaço-tempo em uma escala cosmológica.

A fórmula da métrica FLRW, em sua forma mais simples, é expressa como:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right)$$

Onde:

- $ds$  é o elemento de linha (intervalo de espaço-tempo) entre dois eventos.
- $c$  é a velocidade da luz.
- $dt$  é a diferença de tempo entre os eventos.
- $a(t)$  é o fator de escala, que descreve como o universo se expande ou contrai com o tempo.
- $dr, d\theta$  e  $d\phi$  são os elementos de comprimento nas direções radial, polar e azimutal, respectivamente.
- $k$  é uma constante que descreve a curvatura espacial do universo e pode ser 0 (espaço plano), 1 (espaço esférico) ou -1 (espaço hiperbólico).

A métrica FLRW descreve um universo em expansão quando  $a(t)$  aumenta com o tempo, um universo em contração quando  $a(t)$  diminui e um universo estático quando  $a(t)$  permanece constante. O termo  $k$  determina a geometria global do espaço: positivo para um universo fechado (esférico), zero para um universo plano e negativo para um universo aberto (hiperbólico).

A métrica FLRW é a base para a formulação das equações de Friedmann, que descrevem a evolução do universo. Ela é usada para modelar uma ampla variedade de fenômenos cósmicos, incluindo a expansão do universo, a radiação cósmica de fundo em micro-ondas (CMB) e a formação de estruturas em larga escala.

## 4 Metodologia

---

O estudo se realizou sob a tutela do orientador para o desenvolvimento desse projeto de iniciação científica. Foi utilizada das bibliografias para um melhor entendimento teórico e para adquirir um novo conhecimento matemático necessário, principalmente do livro Gravitação (FABRIS et al, 2021), no qual foi a principal base para o desenvolvimento matemático, para os quais foram adquiridos os conhecimentos matemáticos acerca de cálculo tensorial e geometria diferencial, matemática moderna e avançada mesmo para cursos de graduação, e com esse conhecimento foi possível compreender adequadamente os conceitos envolvidos na descrição da gravitação através da teoria da relatividade geral.

Especificando para o estudo de cosmologia, compreendemos como o tipo de matéria ou energia que compõe o universo influencia na sua evolução, e como essa dinâmica é modelada matematicamente pelas equações de Friedmann, através de artigos adquiridos pela plataforma Google Acadêmico e Portal CAPES. Por fim, compreendemos quais são as principais componentes materiais e energéticas do universo segundo o modelo padrão da cosmologia, que é construído de modo a explicar satisfatoriamente as observações.

Tudo feito através de um estudo dirigido, que era realizado semanalmente e apresentado ao orientador. O projeto se mostrou deveras importante para o desenvolvimento acadêmico, onde por sua vez, abordava um assunto onde não se vê em nenhum momento da graduação.

## 5 Resultados e Discussão

---

O valor do parâmetro de Hubble, geralmente denotado como  $H_0$ , é uma medida da taxa de expansão do universo. A existência de dois valores diferentes para  $H_0$  ou discrepâncias nos valores medidos é um tópico ativo de pesquisa e debate na cosmologia. Isso ocorre porque diferentes métodos de medição e observações levaram a resultados ligeiramente diferentes para o valor de  $H_0$  (FREEDMAN, 2010).

Aqui estão algumas razões para a existência de discrepâncias nos valores de  $H_0$ :

- Métodos de medição diferentes: Há várias maneiras de medir  $H_0$ , incluindo observações de supernovas, estudos de lentes gravitacionais, análises de radiação cósmica de fundo (CMB), e medições de estruturas em larga escala do universo. Cada método tem suas próprias limitações e incertezas, o que pode levar a diferentes valores medido.
- Erros sistemáticos: Em todas essas medições, há potencial para erros sistemáticos que podem afetar os resultados. Esses erros podem estar relacionados a calibrações inadequadas, vieses na seleção de objetos observados ou outros fatores que não são capturados pelas incertezas estatísticas.
- Tensões entre dados: À medida que a precisão das medições melhora, podem surgir tensões entre os valores medidos de  $H_0$  a partir de diferentes métodos. Isso significa que os resultados não concordam dentro das incertezas associadas, o que é um desafio para a cosmologia (CYR-RACINE, 2021).
- Novos dados e instrumentos: Novos dados e melhorias nos instrumentos de observação continuam a ser desenvolvidos, e isso pode levar a revisões nos valores de  $H_0$ . À medida que a tecnologia avança e mais observações são realizadas, os cientistas podem ajustar seus cálculos para obter valores mais precisos.

A discrepância entre os valores de  $H_0$  é uma questão de grande interesse na cosmologia, pois tem implicações profundas para a compreensão da expansão do universo e a composição da energia escura e da matéria escura. Resolver essa discrepância é um dos principais desafios da cosmologia atual, e os cientistas continuam a trabalhar para melhorar as medições e entender as possíveis causas das discrepâncias (CYR-RACINE, 2021).

Para a cosmologia, não existe um único valor que podemos chamar de "verdadeiro" para o parâmetro de Hubble ( $H_0$ ) que seja aceito universalmente. Em vez disso, há uma gama de valores que foram medidos com diferentes métodos e instrumentos, e esses valores têm incertezas associadas a eles. Dois dos valores notáveis que têm recebido atenção significativa são:

- Valor do Plano de Fundo Cósmico de Micro-ondas (CMB): A sonda espacial Planck da Agência Espacial Europeia (ESA) mediu o valor do parâmetro de Hubble com base nas observações do CMB, que é uma radiação remanescente do Big Bang. Os resultados iniciais do Planck, lançados em 2013, sugeriram um valor de  $H_0$  em torno de  $67,3 \pm 1,2$  quilômetros por segundo por Megaparsec (km/s/Mpc). Essa medição foi baseada nas propriedades do universo muito jovem e nas flutuações de densidade observadas no CMB (MADORE & FREEDMAN, 1991).
- Medições Locais de Supernovas e Cefeidas: Observações de supernovas do tipo Ia e estrelas variáveis Cefeidas em galáxias próximas à Via Láctea forneceram estimativas locais do valor de  $H_0$ . Um dos estudos mais conhecidos nessa categoria é o Projeto Supernova H0LiCOW, que utilizou lentes gravitacionais e observações de múltiplos sistemas de lentes para obter uma estimativa de  $H_0$  de cerca de  $73,3 \pm 1,7$  km/s/Mpc (MADORE & FREEDMAN, 1991).

É importante notar que esses valores não são os únicos e que outras medições e estudos também forneceram estimativas para  $H_0$ , muitas vezes com resultados intermediários. A discrepância notável é que esses dois valores (67,3 e 73,3) estão fora das incertezas mútuas um do outro, o que tem gerado um debate significativo na comunidade científica.

Essa discrepância entre as medições do parâmetro de Hubble é um dos desafios mais importantes da cosmologia atual. Resolver essa discrepância e entender por que diferentes métodos produzem valores divergentes é uma questão ativa de pesquisa e pode levar a descobertas importantes sobre a natureza do universo. Portanto, não há um único valor "verdadeiro" para  $H_0$ , mas sim uma faixa de valores com incertezas que refletem o estado atual da nossa compreensão (CYR-RACINE, 2021).

A tensão no valor do parâmetro de Hubble ( $H_0$ ) começou a chamar a atenção da comunidade científica na década de 2010, à medida que os dados de medições mais precisas estavam sendo coletados. Aqui estão alguns marcos importantes que contribuíram para o surgimento dessa tensão:

- Planck Satellite (2013): Um dos marcos iniciais na discussão da tensão de  $H_0$  foi o lançamento dos resultados iniciais da missão Planck da Agência Espacial Europeia em 2013. O Planck mediu o CMB

com uma precisão sem precedentes e estimou um valor de  $H_0$  em torno de 67,3 km/s/Mpc, com incerteza relativamente baixa.

- Supernovas e Cefeídas (2016): Em 2016, estudos independentes que utilizaram observações de supernovas do tipo Ia e estrelas Cefeídas para medir  $H_0$  chegaram a valores ligeiramente mais altos, em torno de 73,3 km/s/Mpc. Essas observações estavam focadas em galáxias próximas à Via Láctea e eram conhecidas como as medições locais de  $H_0$ .
- Outras medições (2010s em diante): Além das medições do CMB e das medições locais, outras técnicas e observações, como lentes gravitacionais e estudos de estruturas em larga escala, também começaram a fornecer estimativas de  $H_0$ . Uma dessas medições são as Tip of the Red Giant Branch (TRGB), conhecidas como as do Tipo Gigantes Vermelhas, em muitos casos, não concordavam perfeitamente com os valores do Planck nem com as medições locais, contribuindo para a crescente discussão sobre a tensão em  $H_0$  (RIZZI et al., 2007).

A tensão entre esses valores se tornou mais pronunciada com o tempo, uma vez que novos dados mais precisos estavam sendo coletados e as incertezas estavam sendo reduzidas. A comunidade científica reconheceu que a diferença entre as estimativas de  $H_0$  obtidas de diferentes métodos era estatisticamente significativa e não podia ser atribuída apenas a erros experimentais.

A causa subjacente dessa tensão em  $H_0$  ainda é objeto de intensa investigação. Pode ser devido a novas físicas não compreendidas ou a erros sistemáticos não identificados em uma ou mais das medições. Resolver essa discrepância é uma prioridade para a cosmologia, pois tem implicações profundas para nossa compreensão do universo, incluindo a natureza da energia escura e da matéria escura, bem como a precisão do modelo cosmológico padrão. Portanto, é uma área ativa de pesquisa em andamento.

## 6 Conclusões

---

A investigação acerca da tensão que existe sobre o parâmetro de Hubble ( $H_0$ ) demonstrou ser desafiador, pelo fato de que o acesso a artigos serem difíceis por ser um assunto que não é muito comentado e divulgado, e os quais foram obtidos foram publicados a bastante tempo, visto que feito uma restrição desses artigos, claramente eles serviram como base para o entendimento teórico, fora isso, foi necessário ir em busca dos conhecimentos matemáticos novos que foram de fundamental importância para compreender a base teórica. Portanto, este estudo foi um desafio tanto pela profundidade da temática quanto pelo tempo necessário para ser aplicado com cuidado.

Como resultado, o estudo foi útil em vários sentidos, como: demonstrar que pesquisa de alto nível requer tempo e esforço, mesmo para compreender o trabalho de outras pessoas; demonstrar como tratar um trabalho acadêmico e lidar com as questões matemáticas e físicas que surgem para abstrair o conhecimento e compreender a teoria. Dito, esse estudo foi de grande contribuição para a vida acadêmica.

## Agradecimentos

---

Agradecer ao meu orientador pela oportunidade de participar desse projeto.

## Referências Bibliográficas

---

RIESS, A. G. The expansion of the Universe is faster than expected. **Nature Reviews Physics**, v. 2, n. 1, p. 10–12, jan. 2020.

AGHANIM, N. et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. **Astronomy & Astrophysics**, v. 641, p. A6, set. 2020.

WONG, K. C. et al. H0LiCOW – XIII. A 2.4 per cent measurement of H0 from lensed quasars: 5.3 $\sigma$  tension between early- and late-Universe probes. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 498, n. 1, 2020.

FABRIS, J. C.; TONIATO, J. D.; VELTEN, H. **Gravitação**. Sao Paulo: Livraria da Fisica, 2021.

MADORE, B. F.; FREEDMAN W. L. **The cepheid distance scale**. Publication of the Astronomical Society of the Pacific. v. 103, set. 1991.

RIZZI, L. et al. TIP OF THE RED GIANT BRANCH DISTANCES. II. ZERO-POINT CALIBRATION. *The Astrophysical Journal*. v. 661, n. 2, jun 2007.

CYR-RACINE, F.-Y. **Cosmic Expansion: A mini review of the Hubble-Lemaître tension**.

FREEDMAN, W. L.; MADORE, B. F. **THE HUBBLE CONSTANT**.

SHAPIRO, I. L.; SOL`A, J. **A Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker cosmological model with running  $\Lambda$** .

CALDERON, J. C. M. **Fluxo de Ricci: Existência, Estimativas de Curvatura, Compacidade de Hamilton e Aplicações**.

FERREIRA, C. A. **Medidas de distância em astronomia: uma proposta de unidade de ensino potencialmente significativa para o ensino médio**.

ROQUE, G. R. de O. **Tensores, Geometria Riemanniana e Relatividade Geral**.